

Драга Редакция,

Изпращам ви решение на **Задача 1**. от брой 3/2002 г. на списание “Математика и Информатика”.

Митко Христов Кунчев, директор на МГ “Баба Тонка”, гр. Русе  
Адрес: 7000 Русе, ул. “Иван Вазов” 18  
Тел.: 834 323, e-mail: [direktor@mg-babatonka.bg](mailto:direktor@mg-babatonka.bg)

**Задача 1.** Да се реши уравнението  $\sqrt{2x+1} + \sqrt{61-3x} + \sqrt{x+13} = 15^{x^2-24x+145}$ .

**Решение:** Допустими стойности на неизвестното са всички числа от интервала  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{61}{3}\right]$ . Като използваме, че показателната функция с основа 15 е растяща и  $(x-12)^2 \geq 0$ , получаваме  $15^{x^2-24x+145} = 15^{(x-12)^2+1} \geq 15$ . Равенство има само когато  $x = 12$ .

За неотрицателните числа  $\sqrt{2x+1}$ ,  $\sqrt{61-3x}$  и  $\sqrt{x+13}$  прилагаме неравенството между средноквадратично и средноаритметично:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{(\sqrt{2x+1})^2 + (\sqrt{61-3x})^2 + (\sqrt{x+13})^2}{3}} &\geq \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{61-3x} + \sqrt{x+13}}{3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2x+1+61-3x+x+13}{3}} &\geq \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{61-3x} + \sqrt{x+13}}{3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 15 &\geq \sqrt{2x+1} + \sqrt{61-3x} + \sqrt{x+13}. \end{aligned}$$

Равенство има само при  $2x+1=61-3x=x+13$ , т. е.  $x=12$ . Тогава  $\forall x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{61}{3}\right]$  получаваме  $\sqrt{2x+1} + \sqrt{61-3x} + \sqrt{x+13} \leq 15 \leq 15^{x^2-24x+145}$ , като равенство има само при  $x = 12$   $\left(12 \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{61}{3}\right]\right)$ . Единственото решение на уравнението е 12.